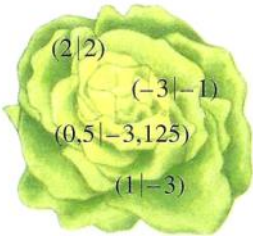


Aufgaben

3

Bestimme, falls möglich, den Funktions-
term einer quadratischen Funktion, deren
Graph durch die angegebenen Punkte geht.
Gib jeweils den Scheitelpunkt an.

Lösungssalat zu 3:



- a) A(-2|0), B(-1|3), C(1|15)
 b) A(0|1), B(2|2), C(5|-0,25)
 c) A(-2|0), B(3|0), C(1|-3)
 d) A(-1|-1), B(1|-3), C(2|-2,5), D(5|5)
 e) A(-1|3), B(2|-3), C(5|3), D(6|2)

a) allgemeiner Ansatz: $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$A(-2|0) \Rightarrow f(-2) = 0$$

$$a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c = 0$$

$$4a - 2b + c = 0 \quad (\text{I})$$

$$B(-1|3) \Rightarrow f(-1) = 3$$

$$a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 3$$

$$a - b + c = 3 \quad (\text{II})$$

$$C(1|15) \Rightarrow f(1) = 15$$

$$a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 15$$

$$a + b + c = 15 \quad (\text{III})$$

$$(\text{II}) \Rightarrow c = 3 - a + b \quad (\text{II}')$$

$$(\text{II}') \text{ in } (\text{I}): 4a - 2b + 3 - a + b = 0$$

$$3a - b = -3 \quad (\text{I}')$$

$$(\text{II}') \text{ in } (\text{III}): a + b + 3 - a + b = 15$$

$$2b = 12$$

$$\boxed{b = 6} \quad (\text{III}')$$

$$b = 6 \quad (\text{III}')$$

$$(\text{IV}') \text{ in } (\text{I}'): \quad 3a - 6 = -3$$

$$3a = 3$$

$$\Rightarrow a = 1 \quad (\text{I}'')$$

$$(\text{I}'') \text{ und } (\text{III}') \text{ in } (\text{II}'): \quad c = 3 - 1 + 6$$

$$c = 8$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 6x + 8$$



Scheitelform:

$$f(x) = x^2 + 6x + 3^2 - 3^2 + 8$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 9 + 8$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 1 \quad \Rightarrow S(-3 | -1)$$

$$3c) \quad \left. \begin{array}{l} A (-2 | 0) \\ B (3 | 0) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Nullstellen bei } x_1 = -2$$

$$\text{und } x_2 = 3$$

$$C (1 | -3)$$

\Rightarrow Nullstellenform verwenden!

$$f(x) = a \cdot (x - x_1)(x - x_2)$$

$$f(x) = a \cdot (x + 2)(x - 3)$$

$$C (1 | -3) \rightarrow f(1) = -3$$

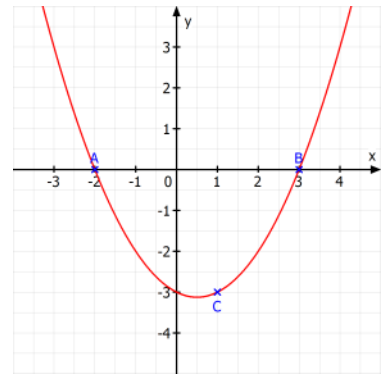
$$a (1 + 2)(1 - 3) = -3$$

$$a \cdot 3 \cdot (-2) = -3$$

$$-6a = -3$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0,5(x+2)(x-3) \\ &= 0,5(x^2 - 3x + 2x - 6) \\ &= 0,5x^2 - 0,5x - 3 \end{aligned}$$

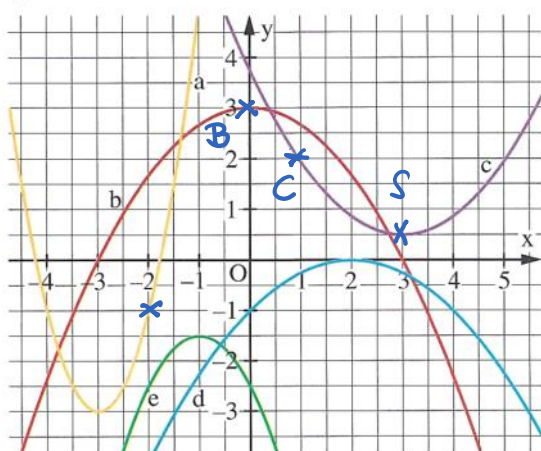


Scheitelform:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0,5\left(x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) - 3 \\ &= 0,5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right] - 3 \\ &= 0,5(x - 0,5)^2 - 0,125 - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0,5(x - 0,5)^2 - 3,125 \\ &S(0,5 | -3,125) \end{aligned}$$

4



Bestimme die Gleichungen der abgebildeten Parabeln. Mache jeweils einen günstigen Ansatz für den Funktionsterm.

a) (gelb) : $S(-3 | -3)$
 $f(x) = a(x+3)^2 - 3$

A(-2 | -1) auf G_f

$$\Rightarrow f(-2) = -1$$

$$a(-2+3)^2 - 3 = -1$$

$$a - 3 = -1$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2(x+3)^2 - 3$$

b) (rot) Nullstellenform:

$$\begin{aligned}f(x) &= a(x - (-3))(x - 3) \\ &= a(x + 3)(x - 3) \\ &= a(x^2 - 9)\end{aligned}$$

$$3(0|3) \text{ auf } G_f \Rightarrow f(0) = 3$$

$$a(0 - 9) = 3$$

$$-9a = 3 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}(x^2 - 9)$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3$$

c) (violett) Scheitelform; S(3|0,5)

$$f(x) = a(x - 3)^2 + 0,5$$

$$C(1|2) \text{ auf } G_f \Rightarrow f(1) = 2$$

$$a(1 - 3)^2 + 0,5 = 2$$

$$4a = 1,5$$

$$a = \frac{3}{8}$$

$$f(x) = \frac{3}{8}(x - 3)^2 + 0,5$$